

تعريف :

تكون  $R$  حلقة تبديلية ومماثلة نقول ان الزمرة الحرة التبديلية  $(M, +)$  هي جبر فوق الحلقة  $R$  من اليسار اذا حسنت الشرط

$$(1) \quad (m, n) \text{ ممدول في } R$$

$$(2) \quad \text{يوجد في } M \text{ عنصري وحدة دائلي (1)}$$

$$0 : M \times M \rightarrow M$$

$$\forall a, b \in M ; \quad a, b \in M$$

وان العنصر تدعى  $1$  انجم من العنصر وحدة اليسار

$$\forall a, b, c \in M \quad \left\{ \begin{array}{l} a(b+c) = ab+ac \\ (a+b)c = ac+bc \end{array} \right.$$

$$\forall \lambda \in R \quad \forall a, b \in M \Rightarrow \lambda(ab) = (\lambda a)b = a(\lambda b)$$

انواع الجبر :

نقول عن الجبر  $A$  انه قسبي اذا كانت عملية الضرب المكونة في  $A$  قسبية

نقول عن الجبر  $A$  انه تبديلي اذا كانت عملية الضرب المكونة في  $A$  تبديلية

نقول عن الجبر  $A$  انه دائلي اذا وجد عنصر محايد بالنسبة لـ  $(\cdot)$

نقول عن الجبر  $A$  انه جبر متجه اذا كان عنصر غير الخواص  $A$  متقلب (بالنسبة للضرب)

تكميلية :

ليكن  $A$  جبر فوق الحلقة التبديلية والمماثلة  $R$  عندئذ

$$\forall a \in A \quad a \cdot a = 0$$

$$\forall r \in R \quad r \cdot a = 0$$

$$\forall m \in A \quad (1)_{m \times m}$$

برهان :

$$0 \cdot a = (0+0) \cdot a = 0 \cdot a + 0 \cdot a \quad (1)$$

$$0 \cdot a + 0 \cdot a = 0 \cdot a + 0 \cdot a + 0 \cdot a$$

$$\Rightarrow 0 = 0 \cdot a$$



②

9 10 11  
12 13 14

③

100

10

1

10

1

1

1

1

1

1

1

1

1

1

1

1

1

1

1

1

1

1



(٥) تكون  $R$  حلقة تبيلية وراسية ولنفرض ان  $M_n(R)$  مجموعة جميع المصفوفات المربعة من الرتبة  $n$  والمصفوفات المربعة  $R$  انبساطية

في هذا السؤال  
 ١- اكتب تعريف الحلقة التبيلية  
 ٢- اكتب تعريف الحلقة المربعة  $M_n(R)$  ونذكر جميع العمليات بالنسبة للمصفوفات  
 ٣- اكتب تعريف الحلقة  $M_n(R)$  ونذكر جميع العمليات بالنسبة للمصفوفات المربعة

$$R \times M_n(R) \longrightarrow M_n(R)$$

$$(r, A) \longmapsto r \cdot A$$

$$r \cdot A = A \cdot r$$

$$r \cdot A = A \cdot r$$

لنفرض ان  $r$  هو عدد  $r$  جميع عناصر الحلقة  $R$  عدد  
 فكل  $r$  من ذلك العدد  $M_n(R)$  تذكر هي  $r \cdot A$  بالنسبة للمصفوفات المربعة

تعريف :  
 تكون  $A$  هي  $r \cdot A$   $R$  تتكون من المجموعة الجزئية من الحلقة  $R$   $A \subseteq R$   $r \cdot A$  هي  $r \cdot A$   $A$   
 اذا كانت  $B$   $r \cdot B$   $A$  بالنسبة للمصفوفات المربعة  $A$   
 رتبة  $A$   $r \cdot A$   $(A \subseteq R)$

ملاحظة :  
 تكون  $A$  هي  $r \cdot A$   $R$   $A$  مجموعة جزئية من الحلقة  $R$   $A$   $r \cdot A$   $A$   $r \cdot A$

$$A \subseteq R$$

$$A \subseteq R$$

$$\forall a, b \in R, a + b \in R$$

$$a + b \in R$$

$$a \in R$$

الملاحظات :

$$a \in R$$

$$A \subseteq R$$



المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$\alpha \sim \beta \iff \alpha \in \beta$$

$$\alpha, \beta \in \beta$$

$$1 = 2$$

من أجل  $\alpha = \beta = 1$  فنتيجة  $\alpha \in \beta$  صالحة بالنسبة للمجموعة  
ومن أجل

$$\alpha = 1, \beta = 1$$

$$\alpha, \beta \in \beta$$

$\in$   $\beta$  تتكون من  $\alpha, \beta$  في  $A$  بالمثل فيكون  $\alpha \in \beta$

الجميع  $\alpha \in \beta$   $\iff$  الجميع  $\alpha \in \beta$  بالمثل

$$\alpha, \beta \in \beta \iff \forall \alpha, \beta \in R$$

بناءً على نموذج  $R$  حيث  $R$  رتبة  $R$  في  $R$  و  $\alpha \in \beta$  بالمثل

$$\alpha, \beta \in \beta \iff \forall \alpha, \beta \in \beta$$

بناءً على الفرض (1)  $\alpha \in \beta$  و  $\beta \in \alpha$  فنتيجة  $\alpha \in \beta$  بالمثل

$$\alpha \in \beta \iff \beta \in \alpha$$

وبالتالي  $\beta \in \alpha$

النتيجة الباقية :

• هو العنصر الذي ترتيبه هو  $e$  و  $e^2 = e$

• الكلمة الجزئية العنصرية  $\alpha \in R$  ،  $\alpha \in R$

• بالكلمات الجزئية  $\alpha \in R$  أو الكلمة واحدة

المثال الثاني :

ليكن  $A$  جبراً ضمن الكلمة التبادلية والدائرية  $R$  وليكن  $\beta$  جبراً جزئياً ونريد إثبات  $A$

نتعلم أن  $\beta$  تتكون من كلمة  $\beta$  في  $A$  إذا كانت



1.  $B$  مجموعة جزئية في  $A$ 

2.  $\forall a \in A \quad b \in B \Rightarrow a \cdot b \in B$

ونقول أن  $B$  تثلثية مغلقة في  $A$  إذا حقت1.  $B$  مجموعة جزئية في  $A$ 

2.  $\forall a \in A \quad b \in B \Rightarrow b \cdot a \in B$

ونقول عن  $B$  أنها مغلقة في  $A$  إذا كانت مغلقة مغلقة في  $A$  تحت  $\cdot$  و  $\cdot$ 

تعريف

في أي مجموعة مغلقة في  $R$  (الحقيقية) توجد هياكل جزئية منه

الأمثلة:

لكن  $A$  هي مجموعة  $R$  مغلقة في  $R$  تحت  $\cdot$  فالحقيقة1.  $B$  مجموعة جزئية في  $A$   $\Rightarrow$   $B$  مجموعة مغلقة تحت  $\cdot$ 

2.  $\forall a \in A \quad b \in B \Rightarrow a \cdot b \in B$

حيث تكونت الهياكل  $B$  هي مجموعة ذاتية في  $B$  هي مجموعة جزئية

تعريف

نقول أن مجموعة هي مجموعة من العناصر العددية (الحقيقية) في الجبر  $A$  مغلقة في  $R$  (الحقيقية)في  $A$ جميع مجموعات جزئية من  $A$ 

$$A \cdot B = \{ a \cdot b \mid a \in A, b \in B \}$$

ملحوظة: الكائنات المحققة في الكسرية، التخيلية، الحقيقية

ملحوظة: الدائرية المحققة في الكسرية، التخيلية، الحقيقية

ملحوظة: الكائنات:

لتكن  $P$  مجموعة غير خالية من  $R$  مجموعة جزئية من اعداد الديكارتي  $P \times P$  مجموعة من  $P$



علاقة التكافؤ :

ليكن  $P$  مجموعة غير خالية نسبية لاجزء جزئية من الجداء الذي يترك  $P \times P$  علاقة  $R$  في  $P$

تعريف :

ليكن  $P$  مجموعة غير خالية و  $R$  علاقة نسبية في  $P$  نقول عن العلاقة  $R$  اننا انكاسية اذا حققت

$$\forall a \in P \quad a R a \quad \text{بخاصة ذات}$$

ونقول عن العلاقة  $R$  اننا متناظرة اذا حققت

$$\forall a, b \in P \quad a R b \Rightarrow b R a$$

وهنا يمكن ان  $a R b \Rightarrow b R a$   $a R b \Rightarrow b R a$

نقول عن العلاقة  $R$  اننا لينة اذا حققت

$$\forall a, b \in P \quad a R b \wedge b R a \Rightarrow a = b$$

ونقول عن العلاقة  $R$  اننا متدية اذا حققت

$$\forall a, b, c \in P \quad a R b \wedge b R c \Rightarrow a R c$$

ونقول عن العلاقة  $R$  اننا علاقة تكافؤ اذا كانت انكاسية ، متناظرة ، ومتدية ويتبع من علاقة التكافؤ  $R$  ان

مجموعات التكافؤ الجزئية ، انما هي التي ترتبط بهذا المنظر

تعريف : ليكن  $R$  علاقة معرفة في المجموعة  $P$  ولتفرض  $a \in P$  نسبية المجموعة

$$\{x \in P : a R x\}$$

هذه هي مجموعة التكافؤ  $a$

والجدة غير خالية لان  $R$  علاقة تكافؤ في الدنكاسية محقة في المنظر يرتبط بنفسه وهو  $R$  مجموعة جزئية من  $P$



مجموعة المجموعة

$$P/P = \{ \bar{a} : a \in P \}$$

مجموعة الخارطة:

مجموعة عناصر على علاقة تكافؤ بين تقرأ المجموعة إلى مجموعات غير خالية ونفسها لمجموعة واحدة مانع معطى المجموعة كذلك

نفسية :

لكن  $P$  علاقة تكافؤ معرفة بين المجموعة  $P$  ، مجموعة الخارطة

$$P/P = \{ \bar{a} : a \in P \}$$

قائمة الشروط السابقة

$$\forall a \in P : \bar{a} \neq \emptyset \quad \bar{a} \subset P$$

(1)

$$\forall a, b \in P$$

(2)

عندئذ إما

$$\bar{a} = \bar{b} \quad \text{أو} \quad \bar{a} \cap \bar{b} = \emptyset$$

$$P = \bigcup_{\bar{a} \in P/P} \bar{a}$$

(3)

الآن  $P$  والتجميع هو علاقة تكافؤ